und Zukunft im Widerspruch steht zu einem Ereignisbegriff, der gerade die Freiheit von konstituierenden Bedingungen betont. Hängt Luhmann mit seiner Übernahme der formalen Theoriekonstellation von Retention und Protention nicht zu sehr einer subjektzentrierten Auffassung von Zeit an und steht seiner Betonung der Zeitlichkeit als eines autonomen Differenzgeschehens durch die Übernahme der Theoreme Husserl selbst entgegen? Anhand dieses Problems wird besonders deutlich, dass es um einen Mittelweg geht, der die Konstitution des Subjekts zwischen Vergangenheit und Gegenwart zwar nicht unterschätzt, dem Subjekt aber die nötige Autonomie verleiht, die es zur freien Entfaltung seiner Erfahrungsspielräume braucht. Luhmann räumt ein, dass die Temporalstrukturen psychischer und sozialer Handlungssysteme eine Überformung der bereits gegebenen Temporalität darstellen und dass dieser Prozess unabgeschlossen mit der Lage der Einzelpersonen variiert. Damit die phänomenologischen Begriffe der Handlung und der Erfahrung der Komplexität des In-der-Welt-Seins gerecht werden, müssen sie durch Konzepte, wie das der Unmenge, für eine jede mögliche Erfahrung geöffnet werden. Dabei geht es nicht um eine Verfügbarmachung von Erfahrung oder um eine Stützung von Handlungssystemen, sondern vielmehr um eine Form der Gegenverwirklichung und um Dimensionen von Erfahrung, die sich dem *common sense* und der normativen Kraft eines transzendentalen Bewusstseinssubjekts entziehen. Die Innovation der Luhmannschen Idee einer „aspektreiche[n] Theorie der Konstitution von Zeit speziell durch und für Handlungssysteme"[39] sollte durch die Phänomenologie weitestgehend nutzbar gemacht werden.

Fähigkeiten zu tun hat. Vgl. Petra Gehring: Über Gegenwart verfügen. Mit Merleau-Ponty und Luhmann diesseits der Zeit, in: Journal Phänomenologie (Anm. 10), S. 35-44.

39 Niklas Luhmann: Temporalstrukturen des Handlungssystems (Anm. 28), S. 34.

JULIAN ROHRHUBER

Mengenlehre

Besonders mit abwertender Konnotation ist die formale Handlung (Formalie) beinahe der Inbegriff des intentionslosen Eingreifens. Sie impliziert reine Äußerlichkeit einer Handlung, die meist einem fremden Willen unterliegt. Vor dem Hintergrund der Konzeptionen der Agency, wie sie in Wissenschafts- und Kulturtheorien entworfen wurden, ist die Frage nach Handlung und Verursachung von Ereignissen jedoch noch einmal neu gestellt. Die zuvor ausgeblendeten Hybride aus heterogenen Teilen einer Situation rücken in den Mittelpunkt: Das Verhältnis zwischen theoretischer Herleitung und empirischer Methode wird durch die Tücke des Objekts durchkreuzt, die Dinge werden zu Nahtstellen, zu „versäumten" Rändern von Beobachterpositionen und Gegenständen.[1] In Bezug auf eine Grundlegung der Wissenschaft beschreibt Latour diese Situation als Umkehrung des Figur-Grund-Verhältnisses zwischen Universalgesetzen und lokaler Kontingenz, die sich vollzieht, indem die Distanz zwischen Spuren und ihren Verursachern in eine Ebene, nämlich die der Relationalität fällt.[2] Indem sie gleichermaßen Teil dieser Beziehungen sind, verliert die Kluft zwischen Repräsentationen und Dingen ebenso ihre Grundlage wie die zwischen äußerlicher Formalie und situationsbezogener Handlung.

Zwei Fragen stellen sich dabei unmittelbar: Wenn es nicht mehr genügt, autonom handelnden Subjekten passive Objekte gegenüberzustellen, sondern sich Eingriffe, Interventionen und Handlungen erst aus den Verwicklungen der Situation ergeben, wie kann man dann vermeiden, eine immanente Präsenz der Gesamtstruktur oder eine sich selbst ergebende, ‚natürliche' Ordnung der hybriden Akteure zu implizieren? Während er betont, dass seine Konzeption des Netzwerks allem voran eine ontologische, also präskriptive ist, macht Bruno Latour wiederholt darauf aufmerksam, dass diese keinen „Äther" zugrunde legt: Außen und Innen sind sekundärer Effekt der Verknüpfung.[3] Und obwohl die Aktanten selbst stets Hybride sind, müssen sie, so Latour, der Idee des Netzwerks hinzugefügt werden,

1 Vgl. Hans-Jörg Rheinberger: *Experimentalsysteme und epistemische Dinge. Eine Geschichte der Proteinsynthese im Reagenzglas*, Frankfurt/M. 2001, S. 284. Ich möchte die Gelegenheit nutzen, mich bei denen zu bedanken, die wesentlich zum vorliegenden Text beigetragen haben – besonders bei Maarten Bullynck, Renate Wieser, Elizabeth de Mol, Alberto de Campo, Jin Hyun Kim und nicht zuletzt bei den Herausgebern dieses Bandes.

2 Vgl. Bruno Latour: On actor-network theory. A few clarifications, in: Soziale Welt 47 (1996), S. 369-381.

3 In *On actor-network theory* veranschaulicht Latour generalisierende Theorien mit dem Auffüllen der Zwischenräume der eigentlich bivalenten Relationen: „All (x)-isations are the filling in of what is ‚in between' the networks, and which one is chosen or rejected makes no practical difference since nets have no ‚in between' to be filled in [...]." Ebd., S. 379.

um dessen Veränderung plausibel zu machen. Indem man Agency als ein Moment des Eingriffs betrachtet, das neue Verknüpfungen, also neue hybride Vielheiten herstellt, wirft man damit die Frage nach der Entstehung von Begriffen und dem ontologischen Status abstrakter Vielheiten noch einmal neu auf.

Die andere Frage, die sich daraus ergibt, betrifft den *Zwang*, den die Verallgemeinerung ausübt. Innerhalb der Anstrengungen, Wissenschaft formal zu fundieren, spielt es eine wesentliche Rolle, inwiefern das Abstrakte ein Werkzeug des Denkens oder, als Abstraktion, dessen Resultat ist. Vielleicht ist es andererseits aber vielmehr ein autonomes Gegenüber, welches das Denken zu bestimmten Konsequenzen zwingt. In der Geschichte der Mathematik und insbesondere in den Grundlagendiskursen um die Mengenlehre zu Beginn des 20. Jahrhunderts sind diese Fragen eng verwoben: Sowohl der Status bereits als gegeben angenommener Begriffe als auch die Zwänge, welche diese nach sich ziehen, bestimmen letztlich den Gegenstand formalen Denkens.

Heute wird meist die Annahme einer ‚unabhängigen Existenz' mathematischer Dinge als Anzeichen eines naiven Platonismus gelesen. Nichts spricht jedoch dagegen, wie es beispielsweise Lazlo Tisza tut[4], dem Gegenstand der Mathematik den Zwischenstatus eines epistemischen Dings oder vielleicht eines Latourschen *faitfaire* zu geben. Die Konstellation, die Alain Badiou vorschlägt, ist radikaler: Alles was allgemein über die Existenz ausgesagt werden kann, muss sich letztlich mathematisch, genauer in Form der axiomatischen Mengenlehre ausdrücken lassen.[5] Die Möglichkeit, überhaupt ontologische Aussagen machen zu können, fällt mit der Fähigkeit zusammen, eine Menge als beliebige, von jeder Begrifflichkeit abgezogene Vielheit in eins zu fassen. Badious Analyse erlaubt eine Relektüre der Diskurse um die Grundlegung der Mathematik; insbesondere das (Un-)Verhältnis zwischen Menge und der Menge ihrer Teile wird dabei zu einer entscheidenden Frage werden.[6]

Wenn Verallgemeinerung auch ermöglicht, über zuvor Unverfügbares zu verfügen, bedeutet eine Generalisierung des Ausdrucks gleichzeitig, Dingen Berechtigung zu verschaffen, die einerseits unanschaulich und in ihren Eigenschaften unzugänglich sind, die andererseits aber sogar die vorausgesetzten Prinzipien der allgemeinen Gültigkeit selbst in Frage stellen können. An den Grundlagendiskursen um 1900 lässt sich zeigen, dass der Versuch, die Mathematik zu verallgemeinern und den Begriff der Vielheit zu klären, Annahmen sowohl über das Verhältnis zwischen Subjekt und Gegenstand („Sind mathematische Objekte real?") als auch zwischen Handeln und Erkennen („Gibt es solche Objekte, die nicht konstruierbar sind?") impliziert: Das mathematische Denken selbst wird zum Gegenstand der Mathematik, und die Vielheit zum Schauplatz des Widerstreits.

---

4 Laszlo Tisza: The Logical Structure of Physics, in: Synthese 14/2 (September 1962), S. 110.

5 Für eine Diskussion des ‚Platonismus' vgl. Alain Badiou: *Briefings on Existence: A Short Treatise on Transitory Ontology*, Albany 2006, S. 33 ff., 89 ff.

6 Bei Badiou bildet dieses Unverhältnis gleichzeitig auch einen Angelpunkt zwischen den beiden Teilen seiner 1988 bzw. 2007 erschienenen Bände von *L'être et l'événement*, vgl. Alain Badiou: *Logiques des Mondes*, Paris 2007, S. 119 ff.

Die Menge

Nachdem die Geometrie bis etwa um 1800 als Referenzsystem mathematischen Denkens von der Arithmetik abgelöst worden war, wurde im Lauf der Zeit immer offensichtlicher, dass auch die Zahl nicht selbstverständliches und neutrales Material der Mathematik sein konnte: Es fanden sich immer neue ‚monströse' bzw. ‚pathologische' Funktionen, deren Eigenschaften sich quer zur bisherigen Auffassung des Zahlenraums stellten. In dieser Zeit wurden wichtige mathematische Probleme gelöst, wobei allerdings die Lösungen oft nicht mehr in Gestalt von anschaulichen Darstellungen rückversichert werden konnten. Daher kamen Zweifel auf, ob es überhaupt noch sinnvoll sei, die Mathematik in einer intuitiven Anschauung, sei es eine geometrische oder algebraische, zu verankern.[7] Letztendlich ist an den Status des ‚mathematischen Monsters' die Frage geknüpft, ob der Formalismus eine Art äußerliches Werkzeug oder Leitfaden des Denkens sein soll oder ob das Denken im Formalismus selbst restlos aufgeht. Muss man also die Konsequenzen der Formulierung, für die man sich entschieden hat, über das Vorstellbare hinaus akzeptieren? Kann der Platz, den eine allgemeine Formulierung offen hält, beliebig eingenommen werden, solange sich kein Widerspruch mit den Grundsätzen ergibt?

Im letzten Drittel des 19. Jahrhunderts verschärfte sich die Debatte über die Frage, auf welchen Gegenstand sich das formale Denken überhaupt beziehen soll, wenn sowohl die Objekte der Geometrie als auch die Begriffe der Zahl dubios geworden sind. Man versuchte daher verstärkt, eine radikale Reform des mathematischen und logischen Denkens zu verwirklichen und hoffte gleichzeitig, auf diese Weise verschiedene Teilbereiche auf eine verallgemeinerte Grundlage zu stellen, indem man die inzwischen sehr zahlreich gewordenen mathematischen Operationen und Objekte auf wenige Grundbeziehungen zurückführte.

Die Begriffe der *Mannigfaltigkeit, Vielheit, Menge, Sammlung*, des *Aggregats* oder des *Inbegriffs* hatten im Lauf des 19. Jahrhunderts zunehmend an Bedeutung gewonnen und gingen nun in die Auseinandersetzungen über die Formulierung eines einheitlichen mathematischen Begriffs der *Menge* ein.[8] Da aus der Anwendung einfacher formaler Operationen auch äußerst heterogene oder hybride Strukturen resultierten, scheint es zumindest rückwirkend nur konsequent, jenseits von Anschauung und direkter Ableitbarkeit *etwas* als existent anzunehmen, dessen Identität auf nichts anderem als seiner unverfügbaren Mannigfaltigkeit beruht. Wie allerdings eine solche Entität Teil und Grundlage des formalen Diskurses werden soll, war zunächst unklar – die frühen Versuche, sie trotzdem zu denken, geben bereits erste Indizien für die weitere Entwicklung des Problems. Die folgende Anek-

---

7 Vgl. Nicolas Bourbaki: *Elemente der Mathematikgeschichte*, Göttingen 1971, S. 10 ff.; Solomon Feferman: Mathematical Intuition vs. Mathematical Monsters, in: Synthese 125 (2000), S. 317-332.

8 Vgl. Akihiro Kanamori: The Empty Set, the Singleton, and the Ordered Pair, in: The Bulletin of Symbolic Logic 9 (2003); Claire Ortiz-Hill: Abstraction and Idealization in Edmund Husserl and Georg Cantor prior to 1895, in: Francesco Coniglione u. a. (Hg): *Idealization XI* (2004), S. 217-243.

dote, die der frühe Mengentheoretiker Felix Bernstein erzählt, demonstriert zwei zeitgenössische Imaginationen der Vielheit, die sich nicht direkt widersprechen, die aber gewissermaßen einen inneren und einen äußeren Aspekt der Unverfügbarkeit illustrieren:

> Von besonderem Interesse dürfte folgende Episode sein: Dedekind äußerte, hinsichtlich des Begriffs der Menge: er stelle sich eine Menge vor wie einen geschlossenen Sack, der ganz bestimmte Dinge enthalte, die man aber nicht sähe, und von denen man nichts wisse, außer daß sie vorhanden und bestimmt seien. Einige Zeit später gab Cantor seine Vorstellung einer Menge zu erkennen: Er richtete seine kolossale Figur hoch auf, beschrieb mit erhobenem Arm eine großartige Geste und sagte mit einem ins Unbestimmte gerichteten Blick: „Eine Menge stelle ich mir vor wie einen Abgrund.[9]

So unterschiedlich die Dramaturgie Bernsteins diese beiden Bilder auch gegenüberstellt: Sie gleichen sich offenbar darin, einen Abstand vom Wissbaren in einer Gewissheit von dessen Existenz zu verorten. Es gibt die Menge, weil sie sich entzieht. Die Vorstellung von real existierenden Dingen höchster Abstraktion impliziert hier einen Abstand: auf der einen Seite einen Einschluss des prinzipiell Unbekannten, auf der anderen einen Überschuss des Zugehörigen über jedes Fassungsvermögen, äußerliche Bodenlosigkeit.

Dieser Abstand zeichnet jedoch nicht von Anfang an die Mengenlehre aus – und so greift zunächst Georg Cantors ursprüngliche Definition der Menge noch auf eine unmittelbare Konzeption der Evidenz zurück: „Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung [M] von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten [m] unserer Anschauung oder unseres Denkens."[10]

Sowohl die Vorwegnahme von Objekten des Denkens als auch die explizite Annahme von deren Zusammenfassung wird allerdings wenig später zur ‚Krise' der Mengenlehre und damit zu einer der wichtigsten Krisen der Grundlegung der Mathematik führen. Zunächst ist aber bemerkenswert und für den weiteren Verlauf entscheidend, dass Cantor die unendliche Menge nicht als die Möglichkeit denkt, eine Operation jederzeit zu wiederholen, sondern als in ihrer Gesamtheit schon *vor* jeder Erfassung existent. Obwohl er von gegebenen, wohlunterschiedenen Objekten ausgeht, ordnet er diese nicht von vornherein der Abzählbarkeit unter – unendlich zu sein wird damit zu einer gewöhnlichen lokalen Eigenschaft und ist nicht mehr der Totalität des Globalen vorbehalten.

9 S. Richard Dedekind: *Gesammelte Werke Bd. 3*, hrsg. v. Robert Fricke/Emmy Nöther/Öystein Ore, Braunschweig 1930-32, S. 449 zit. n. Oliver Deiser: *Einführung in die Mengenlehre*, Berlin 2001, S. 30.

10 Georg Cantor: Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, in: Mathematische Annalen 46 (1895), S. 481-512.

Gegenstand des Denkens

Eine formale Sprache, der jede Doppeldeutigkeit von Grund auf fremd ist, sollte es möglich machen, zunächst die Zahl, später auch die Menge auf die Grundlage der Logik zu stellen – Gottlob Frege veröffentlicht 1879 seine „der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens", die ihm einige Jahre später als Fundament dient, dieses Ziel zu verwirklichen.[11]

In den Auseinandersetzungen mit Vorgängern wie Zeitgenossen weist er sowohl die Geschichtlichkeit des mathematischen Gegenstands als auch jeden psychologischen oder physiologischen Charakter der Zahl zurück, wobei er soweit geht, denjenigen, die von einer abstrahierenden Tätigkeit des Denkens sprechen, vorzuwerfen, sie glaubten an die magische Verwandlung von Gegenständen durch die Kraft des Geistes und dürften daher keinen Anspruch auf Wissenschaftlichkeit erheben.[12] Besonders im Disput mit Husserl und Cantor äußert sich Frege polemisch gegen Abstraktion und Phänomenologie.[13] In den *Grundlagen* schreibt er:

> Man muss, wie es scheint, daran erinnern, dass ein Satz ebensowenig aufhört, wahr zu sein, wenn ich nicht mehr an ihn denke, wie die Sonne vernichtet wird, wenn ich die Augen schliesse [...]. Hier hat man in der That den Eindruck, als ob den von Gedanken leeren Worten eine gewisse geheimnisvolle Kraft beigelegt werde, wenn Verschiedenes blos dadurch, dass man es Einheit nennt, gleich werden soll.[14]

Freges Bestreben, durch Strenge der Beweise, scharfe Fassung der Begriffe und die Trennung zwischen „objektiver und subjektiver Vorstellung"[15] die Sprache der Mathematik von jedem Psychischen zu bereinigen, fand ihren Ausdruck im Konzept der *Extensionalität*: Eine Aussage verknüpft nicht Eigenschaften eines gedachten Gegenstandes, sondern das, worauf sie verweist. Sie operiert also mit Namen, bei denen davon ausgegangen wird, dass sie einen eindeutigen Referenten (*Bedeutung*)

11 Gottlob Frege: Die Grundgesetze der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl [1893], in: Wittgenstein Studien 3/2 (1996), § 91.

12 Damit steht Frege in der Tradition einer antikantianischen Ontologie, wie sie besonders der Prager Philosoph und Mathematiker Bernard Bolzano (1781-1848) vertreten hat. Von Bolzano stammt auch der Begriff der *Menge*, den er im Rahmen seiner Analysis entwickelte, wobei für ihn (in Opposition beispielsweise zu Hume) zusammengesetzte Eigenschaften *Wahrheiten an sich* entsprachen.

13 Claire Ortiz-Hill: Frege's Attack on Husserl and Cantor, in: The Monist 77/3 (July 1994), S. 345-357.

14 Frege: Grundgesetze (Anm. 11), Einleitung S. 8, ebd., § 39.

15 Ebd., § 28. Frege übernimmt diese auch in der Scholastik gebräuchliche Unterscheidung von Bolzano, die dieser 1837 in seiner *Wissenschaftslehre* thematisiert hatte. Er kritisiert die (seiner Ansicht nach subjektive) Kantsche Konzeption der Vorstellung: „Dadurch, dass Kant mit diesem Worte [d. Vorstellung] beide Bedeutungen verband, hat er seiner Lehre eine sehr subjective, idealistische Färbung gegeben und das Treffen seiner wahren Meinung erschwert. Die hier gemachte Unterscheidung ist so berechtigt wie die zwischen Psychologie und Logik", ebd.

besitzen.[16] Während der Eigenname austauschbar ist, ist seine Bedeutung unersetzlich.

Freges Konzeption der Vielheit entsteht nun durch die Einführung einer Leerstelle in die Aussage: Wird nämlich in einem Ausdruck ein Eigenname weggelassen (und durch den Stellvertreter „___" ersetzt), so resultiert daraus eine „ungesättigte" Aussage, der *Begriff* (oder prädikative Funktion). Unter einen Begriff kann nun Verschiedenes fallen, indem er als eine Art „Bindemittel" auf alles wirkt, für das die Aussage wahr ist.[17] Es ist gerade die Unvollständigkeit, die ihn befähigt, eine Menge von Entitäten einzubegreifen – wobei, gemäß der Annahme der Extensionalität, diese Vielheit im strengen Sinne existiert[18] und nicht das Produkt der Tätigkeit abstrahierenden oder konstruktiven Denkens, sondern der *Gegenstand des Denkens* selbst ist.[19]

Es ist bemerkenswert, dass hier die *Leerstelle* – als ehemaliger Ort des Eigennamens – dafür einsteht, dass das Zusammengesetzte tatsächlich objektiv existiert und dass es nicht erst der Beobachter ist, der es in eins fasst. Allgemeinheit ist damit für Frege nicht die Wirkung eines handelnden Subjekts – also „Abstraktion", sondern eine intrinsische Eigenschaft des Realen. Das Abstrakte wird entdeckt und nicht produziert. Die Logik als Sprache der Wissenschaft, mit der Frege sich von einer psychologischen oder phänomenologischen Verfassung der Vielheit abzugrenzen versucht, konstituiert sich als System von schriftlichen Operationen, in denen, so die Vorstellung, sich keine Subjektivität einschleichen kann, solange die formalen Umformungsregeln eingehalten werden: Der Bereich des Faktischen wird also nie verlassen.

Die alte Streitfrage um den Status der Universalien, ob der Allgemeinbegriff ein Eingriff des Denkens (also ‚nach den Dingen') oder eine Eigenschaft der Welt (also ‚vor den Dingen') ist, kondensiert innerhalb der Begriffsschrift im universellen Auslassungszeichen – und wird unsichtbar. Innerhalb des so objektivierten Denkens übernimmt der Platzhalter gewissermaßen die Rolle desjenigen, der durch seine Anschauung die Vielheit erst bildet; der klassische Nexus zwischen Subjekt und Prädikat wird zur prädikativen Funktion (dem Begriff). Indem er im doppelten Sinn das Subjekt verdrängt, soll der Platzhalter (die freie Variable) einerseits garantieren, dass sich in einen Ausdruck Beliebiges einsetzen lässt (Allgemeinheit), woraus andererseits folgt, dass die Gesamtheit all der Dinge, für die eine so gebildete Aussage wahr ist, als Vielheit existiert (Extensionalität).

16 Zwei Namen sind immer genau dann und nur dann austauschbar, wenn sie dasselbe bezeichnen: Das Extensionalitätsprinzip definiert die Gleichheit als Identität des Referenten. Frege illustriert dies am Beispiel der Venus: Abendstern und Morgenstern sind identisch, haben also dieselbe Extension. Frege warnt daher auch vor „scheinbaren Eigennamen, die keine Bedeutung haben", wie zum Beispiel – bezeichnenderweise – „der Wille des Volkes". Gottlob Frege: Über Sinn und Bedeutung, in: Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik 100 (1892), S. 25-50 (hier: S. 41).

17 Vgl. Gottlob Frege: Über Begriff und Gegenstand, in: Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie 16 (1892), S. 192-205 (hier: S. 205). Auch hier dient die Venus als Illustration: Ersetzt man im Satz *Die Venus ist ein Planet* den Eigennamen *Venus* durch ein Auslassungszeichen (___ *ist ein Planet*), so verweist die Kopula „ist" nicht mehr auf ein Einzelnes, sondern auf die Menge aller Planeten (ebd., S. 194).

18 Vgl. Alain Badiou: *Le Nombre et les nombres*, Paris 1990, Kapitel 2.10.

19 Vgl. Roland Posner u. a. (Hg.): *Semiotik. Ein Handbuch zu den zeichentheoretischen Grundlagen von Natur und Kultur Bd. 2*, Berlin/New York 1998, S. 2077.

Allgemeine Inkonsistenz

Die Menge besteht in Freges Konzeption unabhängig von der Situation. Sie zeichnet sich gerade dadurch als allgemeine Grundlage wissenschaftlichen Denkens aus: Der Begriff verbindet die Wahrheit eines Satzes direkt mit der Existenz der Totalität aller Sachverhalte und Begriffe, auf die er zutrifft. Die Leerstelle hat also hier die Macht – durch ihre Gleichgültigkeit gegenüber jedem potentiellen Inhalt – die jeweilige Menge einzuberufen, wobei die Regel der Zugehörigkeit von der objektivierten Begrifflichkeit herrührt, also von der logischen Sprache und ihren Operationen.

Für die objektive Grundlegung der Sprache ist es nun aber notwendig, dass auch die Begriffe selbst existieren und Mengen bilden, dass also ein verlässliches und einheitliches *universe of discourse* existiert.[20] Hier zeigt sich allerdings ein Problem, das mit dieser vollständigen Erfassung einhergeht: Die Begrifflichkeit wird inkonsistent. Es ist für eine Menge überhaupt keine ungewöhnliche Eigenschaft, sich nicht selbst zuzugehören – es müsste also die Menge all der Mengen geben, die sich nicht selbst zugehören. Würde diese Menge sich selbst zugehören? Wenn sie sich zugehören würde, müsste sie sich ausschließen. Wenn sie sich ausschließt, müsste sie sich allerdings wiederum zugehören.

Auch wenn diese bis heute breit rezipierte, von Russell und Zermelo zuerst bemerkte Inkonsistenz sich ohne weiteres in die Reihe der bereits lange bekannten Paradoxien der Mengentheorie[21] einordnen lässt und nur einen der zahlreichen Anlässe für widersprüchliche Positionen darstellt, bildet sie einen Angelpunkt der Frage nach dem mathematischen Gegenstand: Die Annahme einer universalen Leerstelle, einer absoluten Allgemeingültigkeit des Begriffs, nimmt der Schlussfolgerung jede Gewissheit. Die Sprache als allgemeines System der Signifikation erweist sich als überdeterminiert, und im Versuch, ihren Gegenstand zu definieren, widerspricht sie sich selbst. Die durch die Formalisierung zu Tage gekommene Antinomie zwingt dazu, die Beziehung zwischen Existenz, Sprache und Vielheit neu zu formulieren: Die formale Sprache hat nicht die Macht, eine Menge zu adressieren, unter die alles fällt, was auf eine Aussage zutrifft.[22] Man kann auch sagen, dass es nicht gelungen ist, die Sprache in Form einer reinen Referentialität im Realen festzumachen und damit eine objektive Wissenschaft zu fundieren.

20 Vgl. Posner: *Semiotik* (Anm. 19), S. 2087.

21 Eine einflussreiche systematische Untersuchung zu diesem Thema ist beispielsweise Bernhard Bolzano: *Paradoxien des Unendlichen*, Leipzig 1851.

22 Vgl. Alain Badiou: *Das Sein und das Ereignis* [1988], Berlin 2005, S. 55 ff.

Ein für die weitere Entwicklung der Mathematik entscheidender Schritt ist an dieser Stelle nun der Versuch, das Problem zu lösen, indem eine radikal andere Auffassung der Menge zugrunde gelegt wird: Anstatt einen konsistenten Kern an den Ausgangspunkt der Mathematik zu setzen, ist es prinzipiell nämlich auch möglich, auf jede Definition eines Gegenstands zu verzichten. Die Platzhalter der Sprache verweisen auf nichts anderes als vollkommen beliebige Vielheiten.

> Wie aber, wenn unsere Einsicht diese bisher üblichen Verfahren nicht legitimieren kann? Dann schaffen wir uns eben zunächst ein Reich von Schatten, innerhalb dessen wir – ohne Legitimation – dennoch entsprechend verfahren. [...] Die uns hier interessierende Bedeutung der axiomatischen Methode liegt darin, daß sie davon absehen kann, die Grundbegriffe einer Disziplin zu d e f i n i e r e n, daß sie diese Grundbegriffe vielmehr vermöge einer Verknüpfung miteinander durch „Axiome" hinreichend festlegt. Ausgehend von symbolisch ausgedrückten Axiomen, die die Objekte und Relationen des Schattenreiches miteinander verknüpfen, [...] errichten wir ein Reich von Begriffen, Beweisen und Sätzen, das dem Reiche der Mathematik nachgebildet ist [...]. Das Ganze ist zunächst eine Art Spiel; von einer einsichtigen Begründung, wie sie die Legitimation aller bisherigen Mathematik gewesen ist, kann naturgemäß keine Rede sein.[23]

Mit Hilfe der axiomatischen Methode Hilberts begründen Zermelo und Fraenkel die Mengenlehre durch einen grundlegenden Verzicht: Es werden keinerlei Eigenschaften angegeben, die definieren, was eine Menge ist, das heißt, es wird kein Begriff der Menge vorausgesetzt.[24] Um das zu erreichen, darf man nichts zulassen, das kennzeichnen würde, was einen Stellvertreter prinzipiell auszeichnet; dadurch gibt es aber auch nichts, das verhindert, dass sich hinter einem Namen nicht immer auch noch etwas anderes verbergen könnte – mehr noch, es schließt aus, dass es etwas anderes als „Schatten", Allonyme, also Namen von Vielheiten gibt.

Anstatt ein verallgemeinertes mathematisches Objekt als Grundlage anzunehmen, begründet die axiomatische Mengenlehre die Existenz zunächst ausschließlich aufgrund einer einzigen Beziehung, nämlich der Zugehörigkeit ($A \in B$), die durch einige weitere Annahmen (Axiome) gerade soweit wie nötig spezifiziert wird. Zunächst fällt damit die prinzipielle Unterscheidung zwischen Objekt und Zusammenfassung weg, die Cantor zugrunde gelegt hatte: Eine Menge ist immer nur insofern *eine* Menge, als sie *vieles*, also eine Menge von anderen Mengen ist. Sie unterscheidet sich nur durch ihre Zusammensetzung.

Die Aussagen über Mengen, formuliert in einem logischen Kalkül erster Ordnung, beziehen sich hier also nur auf diese eine Grundrelation der Zugehörigkeit:

23 Abraham Fraenkel: Die heutigen Gegensätze in der Grundlegung der Mathematik, in: Erkenntnis 1 (1930–1931), S. 287-302 (hier: S. 294 f.).

24 Diese Axiomatik wird heute als *Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre* (ZF, bzw. ZFC) bezeichnet. Sie wurde 1908 von Ernst Zermelo aufgestellt, vgl. Ernst Zermelo: Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I, in: Mathematische Annalen 65 (1908), S. 261-281 und u. a. von Fraenkel weiterentwickelt. In der Mengenlehre gibt es durchaus unterschiedliche Axiomatiken, wie etwa die Quineschen *New Foundations* (NF) – die heute dominierende ist jedoch ZFC. ‚Axiomatische Mengenlehre' meint hier diesen Kanon, bestehend aus zehn Axiomen.

An sich existiert nichts, sondern jede Menge setzt voraus, dass es schon eine andere Menge gibt, der sie zugehört: Viel eher als ein mathematisches *Objekt* ist sie eine *Situation*.[25] Die Menge *ist in-existent*.[26] Die Beziehung zwischen dem Platzhalter in der Sprache und der Menge, auf deren Existenz er sich bezieht, ist in der axiomatischen Mengenlehre um einen entscheidenden Schritt verschoben: Der wirkliche Platzhalter befindet sich jetzt dort, wo bisher die Menge war, am Ort der Extension. Die Menge selbst ist ein Platzhalter, dessen „Extension" wieder andere Mengen sind.

Man kann sagen, dass diese Situiertheit wissenschaftlicher Grundbegriffe mit der Latourschen Konzeption des Aktor-Netzwerks übereinstimmt: Es gibt keine Ebene absoluter Begrifflichkeit. Ihre Hybridität lässt sich ohne Widerstand mit den Verschachtelungen der schattenhaften Vielheiten in Deckung bringen. Andererseits muss sich erst zeigen, inwieweit die Behauptung, dass die Kluft zwischen Repräsentation und Ding verschwinde, sich unter den Voraussetzungen der mengentheoretischen Axiomatik halten lässt – die Unterscheidung zwischen Handlung und ihrer Spur zu verabschieden, könnte nämlich dazu führen, dass man diese Kluft nur verschiebt und sie sich als Spaltung der Extension wiederholt.

Die Unmenge

Während die axiomatische Grundlegung der Mathematik es zunächst also erlaubt, den Antinomien aus dem Weg zu gehen, bleibt die Legitimität eines solchen Vorgehens weiterhin ungeklärt. Fraenkel stellt 1931 das Problem folgendermaßen dar:

> Wie aber nun dieses S c h a t t e n r e i c h in den Bezirk der W i s s e n s c h a f t überführen? Hier wird der Begriff der E x i s t e n z in der Mathematik von entscheidender Bedeutung. Für die große Mehrzahl der Mathematiker [...] existiert ein mathematischer Begriff, wenn er widerspruchsfrei, d.h. verträglich ist mit den übrigen Begriffen und ihren Konsequenzen. Das Schattenreich wird in diesem Sinne als eine wissenschaftliche Disziplin, der den Namen ‚Mathematik' zuzuteilen uns niemand hindern kann, legitimiert sein, wenn es gelingt zu beweisen, daß in ihm bei Verwendung der zugelassenen Verfahren niemals ein Widerspruch erzielt werden kann. Ein solcher Beweis wird erhebliche Schwierigkeiten zu überwinden haben [...].[27]

Nicht zuletzt aufgrund ihrer Bodenlosigkeit ruft diese Situation bis heute immer wieder Unbehagen hervor. Dieses Unbehagen wird darüber hinaus dadurch verstärkt, dass auch die Widerspruchsfreiheit der Axiomatik (nachgewiesenermaßen) nicht nachgewiesen werden kann. Besonders am Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts waren einzelne Axiome oft höchst umstritten, wobei insbesondere das Auswahlaxiom, das die reine Existenzaussage ohne konstruktive Methode zulässt,

25 Vgl. Badiou: *Sein und Ereignis* (Anm. 22), S. 38.

26 Vgl. Badiou: *Briefings on Existence* (Anm. 5), S. 134.

27 Fraenkel: Gegensätze in der Grundlegung (Anm. 23), S. 295.

zu heftigen Disputen mit weit reichenden Konsequenzen geführt hat. Denn die Entscheidungen, die jedes der Axiome betrifft, die für die Grundlegung der Mathematik notwendig sind, lassen sich nicht innerhalb des mathematischen Systems begründen. Sie verankern letztlich den formalen Diskurs in außermathematischen Fragestellungen.

Insbesondere das Axiom, welches sich direkt auf die Vermeidung der Russellschen Antinomie bezieht, wird immer wieder als Beschränkung der Mathematik veranschaulicht. Das Schema des *Aussonderungsaxioms* legt fest, dass eine Aussage nicht eine Menge bestimmen, sondern nur Elemente aus einer bereits gegebenen Menge auswählen und ineinssetzen kann. Das in Bezug auf die Axiomatik charakteristische Unbehagen, welches mit dieser Voraussetzung einhergeht, drückt sich häufig in der Vorstellung aus, dass der Umfang der mathematischen Begriffe und damit das Betätigungsfeld der Mathematiker *eingeschränkt* werden musste, da die inkonsistenten Mengen ‚zu groß' sind. Die Agency der Abstraktion erscheint als künstliche Einengung, als Zwang.

Innerhalb der Diskussionen um die Grundlegung der Mathematik hat 1928 der damals noch recht junge Wiener Mathematiker Karl Menger ein Konzept eingebracht, das sich zwar nicht etabliert hat, das aber in engem Zusammenhang mit den Fragen der Axiomatik steht.[28] Der Begriff, den er in seinem Artikel im Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung vorschlägt, ist die *Unmenge*.

Menger stellt zunächst fest, dass die Vorsilbe *Un-* immer dann verwendet wird, wenn der Begriff, unter dem Gegenstände mit einer bestimmten Eigenschaft zusammengefasst werden, nicht ausreicht, um *alle* diese Gegenstände zu fassen. Endliche Mengen von natürlichen Zahlen dienen ihm als Ausgangspunkt für eine Reihe von Beispielen: „Ist M irgendeine endliche Menge von natürlichen Zahlen, so gibt es eine natürliche Zahl, welche in M nicht enthalten ist."[29] Daher sagt man gewöhnlich, so Menger, dass die natürlichen Zahlen eine *unendliche Menge* bilden. Analog funktioniert dieses Schema bei den *unabzählbaren* Mengen von Dezimalbrüchen und den höheren Zahlenklassen, wo es bei diesen nicht die Endlichkeit ist, die negiert wird, sondern die Abzählbarkeit. In dieser Reihe bildet nun die Russellsche Antinomie schlicht einen weiteren Schritt: „Zu jeder gegebenen Menge von Mengen, die sich selbst nicht als Element enthalten, gibt es eine Menge, die sich nicht als Element enthält, welche in der gegebenen Menge nicht enthalten ist."[30]

In Verallgemeinerung dieser Gemeinsamkeit könne man die Vorsilbe *Un-* zur Bezeichnung aller Entitäten verwenden, die sich nicht erfassen ließen, also für all dasjenige, was immer einen Überschuss über sich selbst bilde: die *Unmenge*. Dabei wird, in Analogie zum Verhältnis *endlich* und *unendlich*, die Welt eingeteilt in

28 Vgl. Karl Menger: Bemerkungen zu Grundlagenfragen. II. Die mengentheoretischen Paradoxien, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 37 (1928), S. 298-302.

29 Ebd., S. 298. Dieses Beispiel ist leicht einzusehen, wenn man bedenkt, dass z.B. das Produkt aus einer Menge von natürlichen Zahlen (>1) immer größer ist als jede einzelne der Ausgangszahlen.

30 Ebd., S. 299.

Mengen auf der einen Seite und Unmengen auf der anderen, indem das, was sich dem Zugriff entzieht, eben gerade durch diese Qualität definiert wird.

> Wenn es zu jeder gegebenen endlichen Menge von Dingen bestimmter Art ein Ding der betreffenden Art gibt, welches in der gegebenen endlichen Menge nicht enthalten ist, so wird dies ausgedrückt durch die Worte: *Es gibt* unendlich viele *Dinge der betreffenden Art*, oder *die Dinge der betreffenden Art bilden eine unendliche Menge* […] Wollen wir eine analoge Ausdrucksweise anwenden auf die eben bewiesene Tatsache [siehe oben], so müssen wir offenbar sagen: „Es gibt eine Unmenge von Mengen, die sich nicht als Element enthalten", oder: „Die Mengen, die sich nicht als Element enthalten, bilden eine *Unmenge*."[31]

In seinem Vorgehen definiert Menger also einen Begriff, der sich gewissermaßen genau dadurch auszeichnet, dass ihn nichts auszeichnen kann. Menger veranschaulicht dabei den Platzhalter in Gestalt einer Einfriedung, die vom *Un-* des Unendlichen überschritten wird. Der Mathematiker versucht vergeblich, Mengen einzufangen – indem er sich dieser Unfähigkeit bewusst wird, erkennt er, dass er es mit einer Unmenge zu tun hat: „Es gibt gewisse Bereiche von Dingen, welche sich nicht in endliche Mengen einzwängen lassen. Bei jedem Versuch, die Elemente solcher Bereiche in eine endliche Menge zu fassen, entschlüpfen gewisse Elemente."[32]

Mengers Herleitung der Unmenge nimmt den Weg über einen Analogieschluss zwischen Unendlichem und dem Versagen der Benennung, als „Einzwängen" in einen *Bereich der Beschreibung* – der Moment der Inkonsistenz der Sprache angesichts des Versuchs, zu verallgemeinern („alle Mengen, die…") wird zur Evidenz ihres unendlichen Außen, das im Gegensatz zu ihrem endlichen Innen steht. In einem äußeren Überschuss konzipiert diese Gegenüberstellung also das, was der Ineinssetzung der Menge entgeht. Es wird sich zeigen, dass eine solche Anordnung im axiomatischen Ansatz ausgeschlossen ist, wobei durch diesen Ausschluss der Überschuss eine vollkommen andere Bedeutung bekommt.

Wie wir gesehen haben, nimmt die axiomatische Methode als wesentliche Voraussetzung Abstand von der Herleitung der Menge aus der Angabe von grundlegenden Eigenschaften, so dass der problematische Anspruch der formalen Sprache, schon an sich in *einem einzigen* Realen fundiert zu sein, vermieden wird. Dieser Verzicht auf eine universale Äußerlichkeit verpflichtet die Mathematik jedoch dazu, sich letztendlich auf Aussagen über Unverfügbares bzw. Beliebiges zu beschränken – wobei sich diese ausschließlich in Form von Zugehörigkeiten ausdrücken können: Dem sprachlichen Platzhalter entspricht kein realer Gegenstand mehr, sondern ein realer Platzhalter, die Vielheit. An der Stelle der Präsenz steht die Präsentation. Dass die Position des Gegenstands nun selbst von einer Position eingenommen wird, schließt jede Einheit der Totalität aus: Zwar ist die Identität der Vielheit ausschließlich durch das festgelegt, was sie präsentiert, was sie präsentiert sind aber nur

31 Ebd., S. 299.

32 Ebd., S. 301.

weitere Vielheiten.[33] Deshalb macht innerhalb des axiomatischen Systems die Frage, ob eine Aussage wie „Es gibt keine Unmenge" zutrifft, keinen Sinn – denn auch eine Negation ist hier eine Aussage über eine bereits bestehende Vielheit.[34]

Um zu beobachten, wie sich die Verhältnisse unter solchen Prämissen verschieben, bietet es sich an, den Begriff der Unmenge unter den Bedingungen der axiomatischen Mengenlehre noch einmal zu formulieren. Dabei wird sich insbesondere das Verhältnis von Zwang und Überschuss, den Menger in der Silbe *Un-* kondensiert, verschieben. Das bereits erwähnte Aussonderungsaxiom, demzufolge eine Aussage nicht direkt auf eine Menge verweist, sondern diese immer aus einer bereits gegebenen Menge aussondert, erlaubt allerdings höchstens, von Unmengen in einer bestimmten Situation, also in Bezug auf eine bereits angenommene Menge zu sprechen. Man kann also fragen, *für welchen Teil einer bereits gegebenen Menge* gilt, dass sie sich nicht selbst als Element enthält. Die anschauliche Vorstellung einer Menge, die andere Mengen „*enthält*", gilt an dieser Stelle allerdings nicht ohne weiteres. Trotzdem (oder gerade weil) die Menge *nur* aus ihrer Zusammensetzung resultiert, also durch die Feststellung von Zugehörigkeiten, ist nicht auszuschließen, dass die Gesamtheit ihrer einzelnen Elemente noch andere Mengen impliziert, die der Ausgangsmenge nicht zugehören. Was man sich als in der Menge enthalten denkt, spaltet sich auf in das, was ihr zugehört und das, was Teil dieser Menge ist. Anders gesagt: Jede Zugehörigkeit impliziert gleichzeitig, dass es auch immer andere Zusammensetzungen innerhalb der zugehörigen Mengen gibt, die in der Ausgangsmenge eingeschlossen sind, indem sie ihr gemeinsam zugehören – also ihre Teilmengen.[35] Auch diese Teile sind einfache Mengen, deren einzelne Elemente denen der Ausgangsmenge entsprechen, und insoweit sie benennbar sind, entsprechen ihnen Aussagen über diese Menge.

Menger denkt das verallgemeinerte Verhältnis zwischen einer Menge und der Menge ihrer Teile als Unmenge. Die Definition „Zu jeder gegebenen Menge von Mengen, die sich selbst nicht als Element enthalten, gibt es eine Menge, die sich nicht als Element enthält, welche in der gegebenen Menge nicht enthalten ist" lässt sich nun im Kontext der axiomatischen Mengenlehre folgendermaßen umformulieren: In einer beliebigen Menge gibt es zu jeder gegebenen Teilmenge von Mengen, die sich nicht selbst zugehört, eine Menge, die sich nicht als Element zugehört, welche in der gegebenen Menge nicht zugehörig ist. Man kann das insofern verallgemeinern,

33 Vgl. Badiou: *Sein und Ereignis* (Anm. 22), S. 65 ff.

34 Fraenkel wird in einem zwei Jahre später (1930) erschienenen Artikel anmerken, dass in der Mengerschen Konzeption der Unmenge „ein Kriterium fehlt, das Aussagen darüber erlaubt, bei welchen Operationen man sicher ist, nur Mengen zu enthalten, und welche möglicherweise zu Unmengen führen", Fraenkel: Gegensätze in der Grundlegung (Anm. 23), S. 288. Er weist darüber hinaus darauf hin, dass, anders als bei der Unterscheidung *endlich : unendlich*, kein allgemeiner Überbegriff existiert, von dem man Menge und Unmenge ableiten könnte.

35 Für den Unterschied zwischen Zugehörigkeit (∈) und Einschluss (⊂) kann man folgendes Beispiel geben: In einer Menge A, der die Mengen B, C und D *zugehören*, ergibt sich beispielsweise eine Menge, die sich aus B und D zusammensetzt. Man sagt, diese Menge ist in A *eingeschlossen*, sie ist ein Teil, bzw. eine Teilmenge von A. Für eine ausführliche Erläuterung siehe beispielsweise Badiou: *Sein und Ereignis* (Anm. 22), S. 101 ff.

als man folgern kann: In jeder gegebenen Menge gibt es mindestens eine Teilmenge, welche dieser nicht zugehört.

Der Ausschnitt der Situation, der die Unmenge von der Menge unterscheidet, ist also ein Teil, der nicht durch die Situation selbst festgelegt ist, aber aus ihr resultiert. Indem „keine Vielheit in der Lage [ist], aus allem, was sie einschließt, Eins zu machen"[36], impliziert sie einen Überschuss, der weder getrennt noch zugehörig ist. Die Unmenge ist hier vor allem ein Symptom, das darauf hinweist, dass die einfache situative Einbettung einer Vielheit allein keinerlei Sicherheit geben kann: Indem aus jeder Menge eine solche „chimärische" Vielheit[37] resultiert, aber nicht entscheidbar ist, welchen Teil der Ausgangssituation sie ausmacht, wird sie zum unsicheren Nicht-Ort möglicher Inkonsistenz.

Menger greift auf das Bild eines handelnden Mathematikers zurück. Warum ist das notwendig? Der Protagonist ist offenbar Mathematiker genau insofern, als er erkennt, dass sein Versuch, eine Vielheit in eins zu setzen, immer von neuem scheitert; er ist das, was über die Operation hinaus, aus deren Negation heraus, seine Existenz (und seine Kompetenz) bezieht. Diese Gründung des Subjekts aus dem eingeklammerten Entzug ist ein wiederkehrender Topos, nicht zuletzt innerhalb der Psychoanalyse und Kulturtheorie.[38] Die Operation trotzt dem Fehlschlag, und in ihrer Wiederholung entstehen, im gleichen Zug, Subjekt und Leerzeichen.[39] Rückwirkend resultiert dabei der Zwang der Abstraktion aus dem Widerstand der Situation, „dem Entschlüpfen gewisser Elemente". Es ist das unverfügbare Subjekt, das über die Operation immer wieder auf sich zurückkommt, wobei das sich entziehende Objekt zum Platzhalter-Zeichen wird. Die Null oder die leere Menge ist die reine ungegenständliche Handlung, durch die das Subjekt in der Negation seiner Handlungsmacht evident wird.[40] Die aus einem subjektivierenden Begehren abgeleitete Existenz des Platzhalters übt insofern Zwang aus, als sie genau diesem Begehren Widerstand entgegensetzt.

Indem nun die Axiomatik der Mengenlehre jede mögliche Existenz nur als ein operatives Resultat einer Unterscheidung innerhalb einer beliebigen Vielheit voraussetzt, verschiebt sie diese Anordnung grundlegend. Besonders deutlich wird

36 Badiou: *Sein und Ereignis* (Anm. 22), S. 105. Man kann auch umgekehrt sagen: „[W]ie umfassend die Vielheit auch immer sei, in die sich eine singuläre Vielheit einschreibt, es gibt stets andere, die nicht Teil der ersteren sind, in die sie sich ebenfalls einschreibt". Badiou: *Logiques des Mondes* (Anm. 6), S. 122, meine Übers.

37 Ebd., S. 120.

38 Z. B. Jacques Lacan: *Séminaire IX: L'identification*, Paris 2003; Brian Rotman: *Signifying Nothing: The Semiotics of Zero,* New York 1993; Michel Foucault: *Die Ordnung der Dinge,* Frankfurt/M. 2002.

39 Bezüglich der prädikativen Leerstelle im Fregeschen Begriff erscheint aus einer solchen Perspektive deren extensionale Ausrichtung als Verdrängung, als *verkannte* Funktion des Subjekts, vgl. Jacques-Alain Miller: Suture (Elements of the Logic of the Signifier), in: Screen 18/4 (1977/78), S. 24-34.

40 Vgl. Rotman: *Signifying Nothing* (Anm. 38), S. 28 ff., Julian Rohrhuber: New Mathematics and the Subject of the Variable, in: Siegfried Zielinski/Eckhard Fürlus (Hg.): *Variantology 4,* Köln, 2008 (in Vorbereitung).

dies am Status der leeren Menge, die ja den Punkt darstellt, an dem die Operation unfähig ist, etwas auszusondern: Die leere Menge ist nicht der allgemeine Einschluss eines sich in seiner scheiternden Handlung konstituierenden Subjekts; vielmehr ist, indem ihre Existenz axiomatisch vorausgesetzt wird, in ihr der Ausschluss als Operation von jeder Voraussetzung eines Subjekts getrennt. Auf dieser Ebene erlaubt gewissermaßen gerade die völlige Abwesenheit des Mathematikers in der Operation zu denken, dass es nichts gibt als Vielheiten. Es gibt keinen allgemeinen Begriff der Menge, es gibt nichts, was sie im Allgemeinen auszeichnet, sie ist überhaupt nur als „Partialsystem“ existent.[41] Wenn nämlich der implizit angenommene Agent der Ineinssetzung sich in der blinden Allgemeinheit der Operation nur als ewig anwesender Ausschluss in Form einer Leere einschließen würde, wäre er doch die eine Ursache der Vielheit. Zumindest bestünde die Vielheit nur in Bezug auf eine Situation, die das Subjekt zur Verfügung stellt.[42] So denkt Menger einerseits die Unmenge als ein allgemeines Gesetz der Inkonsistenz („Zu jeder gegebenen Menge [...] gibt es eine Menge, [...] welche in der gegebenen Menge nicht enthalten ist“), andererseits zwingt ihn dieses Vorgehen dazu, die Unmenge über den konstruktiven Umweg einer gescheiterten Eingrenzung zu definieren. Indem die Axiomatik nichts zulässt, woraus sich ein unsituiertes äußeres Gesetz oder eine konstruierende Instanz folgern ließe, verlangt sie, dass dasjenige, bezüglich dessen die Vielheit ein Resultat ist, ihr immanent sein muss. Die Agency der Ineinssetzung kann also selbst nichts sein, das vom Punkt einer äußeren Präsenz auf eine Situation einwirkt und diese differenziert.

Hier wird der Charakter der axiomatischen Methode besonders deutlich: Anstatt sich beispielsweise auf die regulative Macht der Konstruierbarkeit zu berufen und genau das und nur das zu legalisieren, was sich direkt oder indirekt aus der formalen Sprache herleiten lässt, *entscheidet* sie, dass für jede beliebige Menge die Menge all ihrer Teilmengen existiert. Diese *Potenzmenge* verbürgt, ohne Ansehen des Einzelfalls, dass die Agency, deren Resultat die Ausgangsmenge ist, selbst existiert und dass aus deren Wirksamkeit nichts anderes resultiert als wiederum eine Menge. Von dem, was sich bei Menger als Eigenmächtigkeit der Vielheit *gegenüber* dem Mathematiker zeigte, bleibt nach der axiomatischen Verschiebung eine Menge übrig, die *Teil* der Situation ist, aber ihr nicht *zugehört.*

Offensichtlich hat das nun unmittelbare Konsequenzen, wenn man versucht, das Verhältnis zwischen Abstraktheit und Agency zu denken. Hier ist das, was zuvor als künstliche Einengung aufgetreten war, als Zwang, den die Begrifflichkeit

41 Lorenzo Chiesa: Count-as-one, Forming-into-one, unary trait, S_1, in: Cosmos and History: The Journal of Natural and Social Philosophy 2/1-2 (2006), S. 68-93 (hier: S. 86).

42 Nicht ohne Selbstironie kommentiert Badiou 1990 Millers Vortrag *Suture* (1965): „This text founds a certain logic of compatibility between structuralism and the Lacanian theory of the subject. I myself have periodically returned to this foundation, albeit at the cost of creating various disruptions within it. Twenty-five years later, I am here; I am still here“. Badiou: *Number and Numbers*, Cambridge 2008 (i. Orig.: *Le Nombre et les nombres* (Anm. 18)), S. 21 ff.; Miller: Suture (Anm. 39). Für einen Vergleich der Ontologie Lacans und Badious s. Chiesa: Count-as-one (Anm. 41).

auf die Natur einer Gegebenheit ausübt, zu einer prinzipiellen Setzung geworden, aus der die Möglichkeit der Existenz von unbenennbaren und ununterscheidbaren Teilen folgt. Das Scheitern, aus dem die Unmenge resultierte, ist in einem einzigen Zug ausgeschlossen und eingeschlossen und kann weder an dem Ganzen noch an einem Einzelnen festgemacht werden. Indem man die Operation der Ineinssetzung mit dem verschränkt denkt, auf das sie einwirkt, wird die Agency der Überschreitung zur Existenz des Ununterscheidbaren.

Diese Entscheidung der Axiomatik verschiebt nun aber gleichzeitig die Doppelung Zwang/Entzug, in der der Überschuss mit dem handelnden Subjekt verbunden ist, zu einer Verdopplung der Struktur der Situation selbst.[43] Der äußere Überschuss als Widerstand gegenüber der Anwendung einer konstruktiven Regel wird von der Dialektik Außen/Innen getrennt und findet sich als ambivalentes Unverhältnis zwischen Zugehörigkeit und Einschluss wieder: Da die Gesamtheit der Teile zwar von der Situation abhängt (die Teilmengen setzen sich ja aus ihren Elementen zusammen), diese Gesamtheit der Situation aber nie vollständig zugehören kann, erzeugt das Potenzmengenaxiom eine durch nichts allgemein überbrückbare Spaltung.[44] Einerseits existiert eine Potenzmenge immer nur jeweils *für* eine gegebene Menge (als Menge aller Teilmengen) – andererseits gibt es keine allgemeine Regel, nach der man sie konstruieren könnte. Die Operation als lokale zu begreifen, löst die Einheit des Ortes auf.

Gerade als Bezugspunkt wissenschaftlichen Denkens hängen die Fragen der Konstruierbarkeit, des *fait-faire*, und wohl letztlich auch des Technischen über dieses Nicht-Verhältnis indirekt mit dem Potenzmengenaxiom zusammen. Da die Domäne der Teile einer beliebigen Menge nicht konstruierbar ist, entscheidet sich hier bereits, ob reine Existenzaussagen ohne jede Konstruktionsregel legitim sind.

43 Oder, in der Terminologie Badious, es existiert zu jeder präsentierten Situation eine *Verfassung der Situation*, eine *Repräsentation*; sie ist dafür zuständig, alles, was sich aus den verschiedenen Zusammensetzungen des Zugehörigen ergibt, zu explizieren. In diesem Sinne heißt repräsentiert zu sein also, die ineinssetzende Wirkung, aus der die Situation resultiert, selbst als existente Situation zu denken, vgl. Badiou: *Sein und Ereignis* (Anm. 22), S. 113 ff. Angesichts dieser Definition fällt die Perspektive des mathematischen Konstruktivismus mit der nominalistischen zusammen: Ihr gemäß sind Benennung und Repräsentation identisch, während sie in der formalistischen Axiomatik getrennt sind.

44 Anschaulich findet man hier die Situation der weiter oben bereits erwähnten Anekdote Felix Bernsteins wieder. Die Cantorsche Sichtweise ist dabei diejenige der Menge: Von ihr aus gesehen ist die Potenzmenge ein unüberbrückbarer „Abgrund“, der auf das Absolute verweist. Dedekind denkt dagegen aus der Perspektive der Potenzmenge: Von diesem Punkt aus existiert die Menge nur aus Repräsentationen, aus unzugänglichen, „geschlossenen Säcken“, von denen man nichts weiß, außer dass sie vorhanden und bestimmt sind. Während für die Axiomatik (ZFC) beide Positionen gleichwertig sind, resultiert daraus jedoch kein Gesetz, das sie in Beziehung bringen könnte. In Form von Cantors *Kontinuum-Hypothese* gehört dieses unklare Verhältnis zu den berühmten Problemen der Mengentheorie. Gödel und Cohen konnten zeigen, dass die Lösung dieser Frage unabhängig von den restlichen Axiomen von ZF bzw. ZFC ist; das Verhältnis zwischen Zugehörigkeit und Einschluss ist also im strengen Sinne unentscheidbar.

Oder anders gesagt: Man entscheidet gleichzeitig über den Status der Menge und über denjenigen der Operation, aus der diese resultiert.[45]

In der Grundlagenkrise der Mathematik konnte vor allem um diese Frage keine Einigung erzielt werden – sie teilte die Mathematik in zerstrittene Lager. Während nämlich aus der Inkonsistenz der reinen Präsentation des Platzhalters zunächst folgt, dass jede Menge nur Mengen in eins setzen kann, resultiert aus dem Problem des Verhältnisses zwischen Menge und Potenzmenge keine *Inkonsistenz*, sondern die *Unentscheidbarkeit*: Wenn man die Verdopplung der Präsentation nicht akzeptiert, kann man, ohne in Widerspruch mit den anderen Axiomen zu geraten, behaupten, dass nur das existiert, was sich explizit benennen lässt – dabei ist das Unsagbare formal inexistent, und jede Intervention erreicht nichts anderes, als das konstruierbare Universum weiter zu entfalten.[46] Die Allgemeinheit der Vielheit gibt keinen Anhaltspunkt, welche Wahl zu treffen ist.

Indem diese Frage formal unentscheidbar ist, zwingt sie allerdings zur Entscheidung. Verschiedene „Orientierungen des Denkens", die sich in solchen Entscheidungen realisieren, schreiben jedoch nun, wie Badiou betont, keine verschiedenen Mathematiken vor, sondern sie stoßen gewissermaßen in einem einzigen Gedanken aufeinander. Das Denken entscheidet über etwas, in sich und von sich, als diskursiver Zugang zu dem, was es als existent erklärt: „Existenz kann dasjenige genannt werden, hinsichtlich dessen Entscheidung und Begegnung, Akt und Entdeckung ununterscheidbar sind."[47] Die Unabschließbarkeit der Mathematik und damit der Ontologie ist Badiou zufolge das Indiz dafür, dass diese selbst eine Situation, also eine Vielheit ist. Dass es ihr dabei unmöglich gelingt, ihre eigenen Teilmengen festzulegen, macht sie zum Gegenstand und Ausgangspunkt historischer Ereignisse. In Mengers Terminologie gesprochen: Die Mathematik ist eine Unmenge.

45 Grauert schreibt dazu beispielsweise: „Wenn Mengen naturgegeben wären, dann müssten sie ohne die menschliche Erkenntnis existieren. Es wäre dann nicht einzusehen, warum eine Teilmenge des Objektbereichs nicht wieder eine Menge ist. Also werden wenigstens einige Mengen erst durch Tätigkeit gewonnen. Wir sprechen von Konstruktion." Hans Grauert: *Ist die alte Mengenlehre noch richtig?*, Göttingen 2001.

46 Diese Frage hat insofern auch eine gewisse medientheoretische Relevanz, als sie entscheidet, ob das, worin dieses Universum sich entfaltet, in Form eines, wie Brouwer es nannte, „Medium[s] freien Werdens" mathematischer Erfindung zugrunde gelegt werden muss, oder ob innerhalb dessen, was existiert, unbenennbare Teile unvermeidlich sind, die entdeckt werden können. Vgl. Fraenkel: Gegensätze in der Grundlegung (Anm. 23), S. 294.

47 Badiou: *Briefings on Existence* (Anm. 5), S. 54.

II.

WIEDERGÄNGER